

Teoria: Fale materii

Fale materii to pojęcie wprowadzone przez Louisa de Broglie'a, które mówi, że każda cząstka materialna, niezależnie od swojej masy, wykazuje właściwości falowe. Długość fali materii obliczamy ze wzoru:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

gdzie:

- λ – długość fali materii,
- h – stała Plancka ($h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$),
- p – pęd cząstki, który możemy wyrazić jako $p = m \cdot v$ (dla małych prędkości, $v \ll c$, gdzie c to prędkość światła).

W przypadku cząstek poruszających się z prędkościami bliskimi prędkości światła (takich jak tryton), pęd obliczamy z relatywistycznej formuły:

$$p = \gamma m v$$

gdzie γ to współczynnik Lorentza:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Zadanie 1: Długość fali elektronu

Elektron o masie $9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ porusza się z prędkością $1.0 \times 10^6 \text{ m/s}$. Oblicz długość fali materii tego elektronu.

Rozwiązanie:

$$p = m \cdot v = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1.0 \times 10^6 \text{ m/s} = 9.11 \times 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{9.11 \times 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}} = 7.27 \times 10^{-10} \text{ m}$$

Odpowiedź: Długość fali materii elektronu wynosi $7.27 \times 10^{-10} \text{ m}$.

Zadanie 2: Długość fali protonu (energia kinetyczna w eV)

Proton o energii kinetycznej $E_k = 5.0 \text{ eV}$. Oblicz długość fali materii tego protonu. Przyjmujemy, że $1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$.

Rozwiązanie: Energia kinetyczna protona to:

$$E_k = \frac{p^2}{2m}$$

gdzie p to pęd protona, a m to masa protonu ($1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$).

Przekształcamy wzór, by znaleźć pęd:

$$p = \sqrt{2mE_k}$$

Podstawiamy wartości:

$$p = \sqrt{2 \cdot 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg} \cdot 5.0 \times 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}} = 1.58 \times 10^{-22} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Obliczamy długość fali:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{1.58 \times 10^{-22} \text{ kg} \cdot \text{m/s}} = 4.19 \times 10^{-12} \text{ m}$$

Odpowiedź: Długość fali materii protonu wynosi $4.19 \times 10^{-12} \text{ m}$.

Zadanie 3: Długość fali deuteronu (napięcie przyspieszające)

Deuteron o masie $3.34 \times 10^{-27} \text{ kg}$ jest przyspieszany napięciem $U = 500 \text{ kV}$. Oblicz długość fali materii deuteronu.

Rozwiązanie: Energia kinetyczna deuteronu obliczamy ze wzoru $E_k = qU$, gdzie $q = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ to ładunek deuteronu (równy ładunkowi protonu), a U to napięcie przyspieszające.

$$E_k = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C} \cdot 500 \times 10^3 \text{ V} = 8.01 \times 10^{-14} \text{ J}$$

Obliczamy pęd deuteronu z wzoru $E_k = \frac{p^2}{2m}$:

$$p = \sqrt{2mE_k} = \sqrt{2 \cdot 3.34 \times 10^{-27} \text{ kg} \cdot 8.01 \times 10^{-14} \text{ J}} = 1.30 \times 10^{-21} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Obliczamy długość fali:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{1.30 \times 10^{-21} \text{ kg} \cdot \text{m/s}} = 5.10 \times 10^{-13} \text{ m}$$

Odpowiedź: Długość fali materii deuteronu wynosi $5.10 \times 10^{-13} \text{ m}$.

Zadanie 4: Długość fali cząstki alfa w polu magnetycznym

Cząstka alfa o masie 6.64×10^{-27} kg porusza się w polu magnetycznym o indukcji $B = 0.1$ T i promieniu toru $r = 1$ m. Oblicz długość fali materii tej cząstki alfa.

Rozwiązanie: Pęd cząstki alfa obliczamy ze wzoru na pęd w polu magnetycznym: $p = qBr$, gdzie $q = 2e = 3.204 \times 10^{-19}$ C (ładunek cząstki alfa), $B = 0.1$ T, a $r = 1$ m.

$$p = 3.204 \times 10^{-19} \text{ C} \cdot 0.1 \text{ T} \cdot 1 \text{ m} = 3.204 \times 10^{-20} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Obliczamy długość fali:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{3.204 \times 10^{-20} \text{ kg} \cdot \text{m/s}} = 2.07 \times 10^{-14} \text{ m}$$

Odpowiedź: Długość fali materii cząstki alfa wynosi 2.07×10^{-14} m.

Zadanie 5: Długość fali trytonu (relatywistyczny pęd)

Tryton o masie 5.01×10^{-27} kg porusza się z prędkością $v = 0.6c$, gdzie $c = 3.0 \times 10^8$ m/s. Oblicz długość fali materii tego trytonu.

Rozwiązanie: Najpierw obliczamy współczynnik Lorentza γ :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (0.6)^2}} = 1.25$$

Pęd trytonu obliczamy ze wzoru $p = \gamma mv$:

$$p = 1.25 \cdot 5.01 \times 10^{-27} \text{ kg} \cdot 0.6 \cdot 3.0 \times 10^8 \text{ m/s} = 1.13 \times 10^{-18} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Obliczamy długość fali:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{1.13 \times 10^{-18} \text{ kg} \cdot \text{m/s}} = 5.87 \times 10^{-16} \text{ m}$$

Odpowiedź: Długość fali materii trytonu wynosi 5.87×10^{-16} m.

1. Długość fali elektronu:

$$\lambda = 7.27 \times 10^{-10} \text{ m} = 727 \text{ nm}$$

2. Długość fali protonu:

$$\lambda = 4.19 \times 10^{-12} \text{ m} = 4.19 \text{ pm} \quad (1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m})$$

3. Długość fali deuteronu:

$$\lambda = 5.10 \times 10^{-13} \text{ m} = 510 \text{ fm} \quad (1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m})$$

4. Długość fali cząstki alfa:

$$\lambda = 2.07 \times 10^{-14} \text{ m} = 20.7 \text{ fm}$$

5. Długość fali trytonu:

$$\lambda = 5.87 \times 10^{-16} \text{ m} = 0.587 \text{ fm}$$

Podsumowanie:

1. Długość fali elektronu: 727 nm
2. Długość fali protonu: 4.19 pm
3. Długość fali deuteronu: 510 fm
4. Długość fali cząstki alfa: 20.7 fm
5. Długość fali trytonu: 0.587 fm